

# Millikanov experiment

Rudolf Tomori, Jakub Dubás, Slavomír Tuleja\*

## 1 Úvod

V roku 1913 odmeral Robert Millikan (portrét na Obr. 1) veľkosť elementárneho náboja. Tým vošiel do dejín fyziky. Mnohí fyzici dnes považujú jeho experiment za jeden z najkrajších experimentov vo fyzike, čo dokazuje anketa, ktorú medzi fyzikmi vykonal historik Robert P. Crease zo State University of New York at Stony Brook. V ankete sa Millikanov pokus umiestnil v prvej desiatke na treťom mieste. Na určenie elementárneho náboja totiž Millikan použil len kondenzátor, vodiče, mikroskop, hodinársky olej, stopky, zdroj svetla a zdroj röntgenového žiarenia, teda aparáturu za zopár stovák dolárov. Žiaden miliardový urýchľovač ani nič podobné! Ako je možné, že niekto dokázal odmerať vlastnosť čohosi takého malého ako elektrón tak jednoducho?

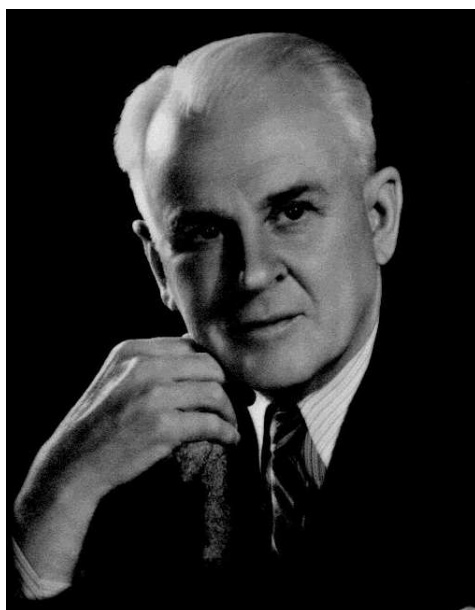
## 2 Usporiadanie pokusu

Millikanov pokus sa zakladá na pozorovaní pohybu nabitých olejových kvapiek v elektrickom poli. Na Obr. 2 je jeho schéma.

Hlavnou súčasťou aparatúry je doskový kondenzátor. Na tento kondenzátor sa dá zo zdroja privádzať napätie rôznej veľkosti a polarity. Olejové kvapôčky z rozprašovača vstupujú otvorom v hornej doske kondenzátora do priestoru medzi jeho platňami. Mnohé z nich sú elektricky nabité. Kvapky získavajú elektrické náboje trením o trysku rozprašovača alebo o molekuly vzduchu, a tiež pri náhodnom stretnutí s elektricky nabitou časticou vzduchu, ktorá sa dostala do styku s kozmickým žiarením alebo röntgenovým žiarením zo žiariča. V priestore medzi platňami kondenzátora sú kvapky pozorované mikroskopom. Aby boli kvapôčky pozorovateľné, sú intenzívne osvetlené svetelným zdrojom, takže ich vidno ako svietiace body na tmavom pozadí.

---

\*Tento materiál vznikol na pôde Gymnázia arm. gen. L Svobodu v Humennom na základe práce SOČ s názvom *Millikanov experiment* z roku 2005, ktorej autormi boli Rudolf Tomori a Jakub Dubás a konzultantom Slavomír Tuleja. Elektronická verzia materiálu a Java aplikácia simulujúca Millikanov experiment je voľne dostupná na <<http://vk.upjs.sk/~tuleja/millikan/index.html>>.



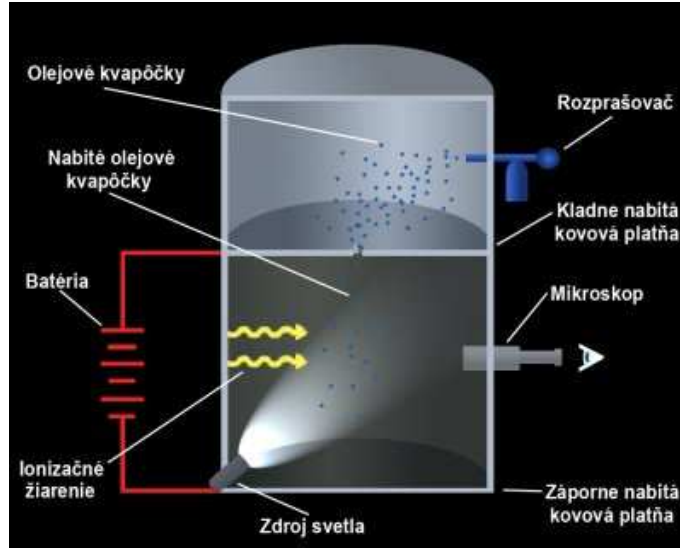
Obrázok 1: Americký fyzik Robert Andrews Millikan (1868–1953).

Millikan vo svojom pokuse priestor medzi platňami kondenzátora vystavil pôsobeniu röntgenového žiarenia. Tým sa ionizujú molekuly vzduchu a náboje olejových kvapôčiek sa menia. Okrem toho bol v pôvodnom usporiadaní aj prístroj na udržiavanie konštantnej teploty. V zornom poli mikroskopu boli v určitej vzdialenosti od seba rovnobežne umiestnené dva vodorovné tenké vodiče, aby bolo možné odmerať čas, za ktorý kvapka prejde danú vzdialenosť a tým aj jej rýchlosť.

Keď je napätie zapnuté, kvapôčka sa medzi platňami kondenzátora nachádza v homogénnom elektrickom poli. Zmenou polaroty a prípadne aj veľkosti napätia zdroja je možné podľa potreby zmeniť smer pohybu kvapôčky, aby sa kvapka nedotkla platne kondenzátora. Samotný pokus sa zakladá na meraní ustálenej rýchlosti olejovej kvapôčky pod vplyvom gravitačnej a trecej sily smerom dole a pod vplyvom elektrickej, trecej a gravitačnej sily smerom hore. Z nameraných rýchlostí sa dá určiť veľkosť náboja kvapôčky. Ak sa takto preskúma veľa kvapiek, je možné dokázať, že všetky nesú náboj, ktorý je celočíselným násobkom elementárneho náboja.

### 3 Rozbor síl pôsobiacich na nabitú kvapôčku

Za neprítomnosti elektrického poľa medzi doskami kondenzátora bude kvapôčka padať pod vplyvom gravitácie. Po zanedbateľne krátkom čase (rádovo  $10^{-7}$  sekundy) sa kvapka prestane pohybovať zrýchleným pohybom a začne



Obrázok 2: Schéma Millikanovho pokusu.

padáť rovnomerne, konštantnou rýchlosťou. Vtedy na ňu pôsobia tri sily, ktoré sú v rovnováhe: tiažová, vztlaková a odporová, tak ako je to znázornené na Obr. 3 (a). Platí:

$$F_g - F_{\text{odp}} - F_{\text{vz}} = 0. \quad (1)$$

Pre gravitačnú silu  $F_g$  platí

$$F_g = mg = \rho_{\text{olej}} V g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{olej}} g. \quad (2)$$

Pre odporovú silu  $F_{\text{odp}}$  platí Stokesov vzťah

$$F_{\text{odp}} = 6\pi\eta r v_{\text{kl}}, \quad (3)$$

kde  $v_{\text{kl}}$  je rýchlosť klesania kvapky a  $\eta$  je viskozita vzduchu.

Pre vztlakovú silu  $F_{\text{vz}}$  platí podľa Archimedovho zákona

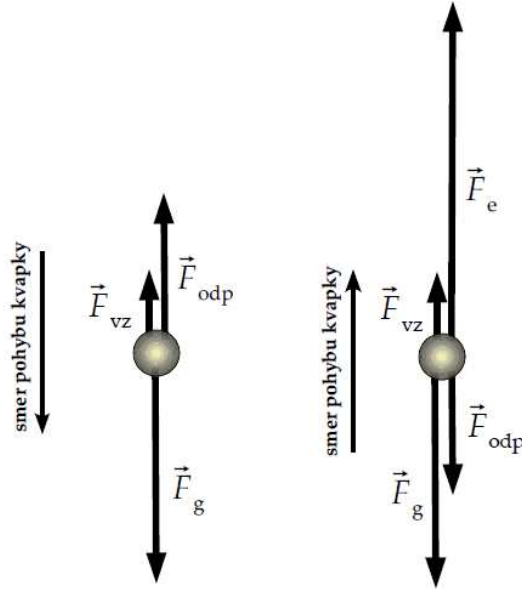
$$F_{\text{vz}} = V \rho_{\text{vzd}} g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{vzd}} g. \quad (4)$$

Preto pre voľne padajúcu kvapku platí

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{olej}} g - 6\pi\eta r v_{\text{kl}} - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{vzd}} g = 0. \quad (5)$$

Z tejto rovnice sa dá vyjadriť polomer kvapky:

$$r = \sqrt{\frac{9\eta v_{\text{kl}}}{2g(\rho_{\text{olej}} - \rho_{\text{vzd}})}}. \quad (6)$$



(a) padajúca kvapka

(b) stúpajúca kvapka

Obrázok 3: Sily pôsobiace na olejovú kvapôčku, ktorá (a) padá len pod vplyvom gravitácie pri vypnutom napätí na kondenzátore a (b) stúpa pod vplyvom elektrickej sily pri zapnutom napätí na kondenzátore.

Ak medzi doskami kondenzátora nastavíme také napätie  $U$ , ktoré kvapôčku vytiahne späť nahor, bude sa kvapôčka správať podobne ako pri páde. Bude na ňu navyše pôsobiť elektrická sila smerom nahor. Po zanedbateľne krátkom čase sa začne pohybovať rovnomerne, rýchlosťou  $v_{\text{st}}$ . Vtedy nastane rovnováha síl, znázornená na Obr. 3 (b):

$$F_{\text{g}} + F_{\text{odp}} - F_{\text{e}} - F_{\text{vz}} = 0. \quad (7)$$

Gravitačná sila  $F_{\text{g}}$  a vztlaková sila  $F_{\text{vz}}$  je rovnaká ako v predchádzajúcom prípade. Stokesov vzťah určuje odporovú silu  $F_{\text{odp}}$

$$F_{\text{odp}} = 6\pi\eta r v_{\text{st}}, \quad (8)$$

kde  $v_{\text{st}}$  je rýchlosť stúpania kvapky.

Elektrická sila  $F_{\text{e}}$  je určená vzťahom

$$F_{\text{e}} = QE, \quad (9)$$

kde  $Q$  je celkový náboj na kvapke a  $E$  je intenzita homogénneho elektrického poľa vytvoreného medzi platňami kondenzátora. Pre intenzitu elektrického

poľa platí

$$E = \frac{U}{d}, \quad (10)$$

kde  $U$  je napätie medzi platňami kondenzátora a  $d$  je vzdialenosť týchto dvoch platní.

Preto pre kvapku stúpajúcu v elektrickom poli platí

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{olej}} g + 6\pi\eta r v_{\text{st}} - Q \frac{U}{d} - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{vzd}} g = 0. \quad (11)$$

V tejto rovnici je jedinou neznámou náboj kvapky  $Q$ , pretože polomer kvapky  $r$  už vieme určiť z rovnice (6). Po vyjadrení veľkosti náboja  $Q$  na olejovej kvapôčke dostaneme

$$Q = \frac{d}{U} \left[ \frac{4}{3}\pi r^3 g (\rho_{\text{olej}} - \rho_{\text{vzd}}) + 6\pi\eta r v_{\text{st}} \right]. \quad (12)$$

#### Potrebné konštanty

- Viskozita vzduchu:  $\eta = 7,25 \cdot 10^{-6} \text{ N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-2}$
- Hustota oleja:  $\rho_{\text{olej}} = 875,3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
- Hustota vzduchu:  $\rho_{\text{vzd}} = 1,3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
- Vzdialenosť medzi doskami kondenzátora:  $d = 6 \text{ mm}$
- Tiažové zrýchlenie:  $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

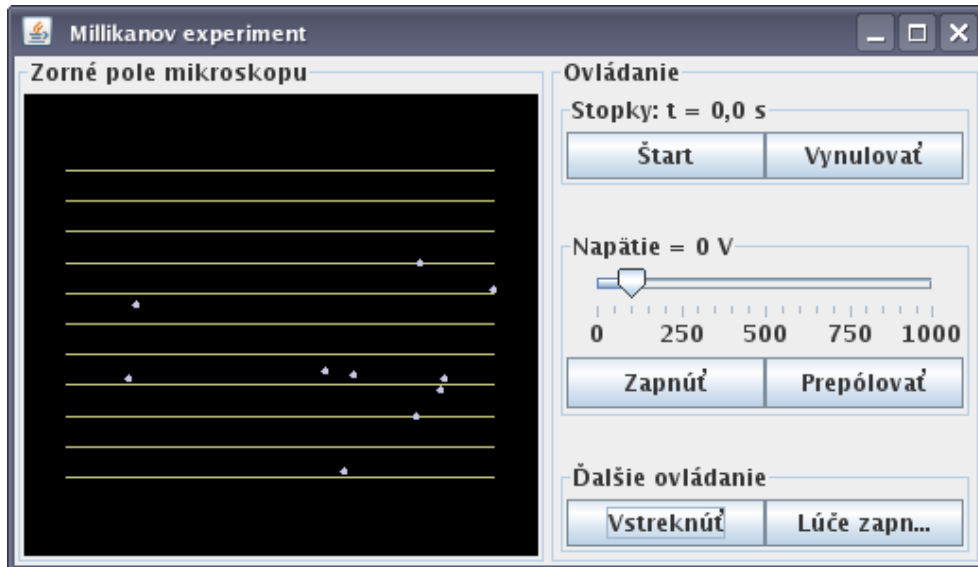
## 4 Virtuálny Millikanov pokus

Na Obr. 4 je Java aplikácia so simuláciou Millikanovho pokusu. V pravej časti okna sa nachádza ovládací panel. V jeho hornej časti sú stopky, *ktorými je potrebné merať v tomto pokuse čas*. V jeho strednej časti je možné nastaviť, zapnúť, vypnúť a prepólovať elektrické napätie medzi doskami kondenzátora. Dole sa nachádza tlačítko VSTREKNÚŤ, ktorým do priestoru medzi doskami vstreknete nové kvapky. Tiež je tam tlačítko LÚČE ZAPNÚŤ, ktorým je možné spustiť zdroj ionizujúceho žiarenia, ktorý ionizuje vzduch v kondenzátore. Ak kvapôčka stretne ionizovanú molekulu vzduchu, zmení svoj elektrický náboj.

Pohrajte sa s ovládaním programu a uistite sa, že rozumiete významu všetkých jeho ovládacích prvkov.

#### Úloha

- Odmerajte elektrický náboj aspoň piatich kvapiek. Dajte si záležať na tom, aby ste vybrali kvapky, ktoré majú rôzne náboje.



Obrázok 4: Java program simulujúci Millikanov pokus.

- Pokúste sa ukázať, že náboje vami vybraných kvapiek sú celočíselnými násobkami elementárneho náboja. Určte jeho hodnotu. Odhadnite odchýlku merania.

#### Návod na postup:

Vyberte si nejakú kvapôčku, nechajte ju padať bez zapojeného elektrického napätia a zmerajte čas, ktorý potrebuje na preletenie dráhy 1 mm, ktorá v zornom poli mikroskopu zodpovedá vzdialenosti medzi krajnými vodorovnými čiarkami. Potom zapojte napätie a zmerajte čas, za ktorý vystúpi o 1 mm. S tou istou kvapkou to zopakujte aspoň 20 krát, kvôli redukcii chýb merania. Z nameraných časov určte rýchlosť klesania aj rýchlosť stúpania kvapky (spolu s ich odchýlkami) a potom pomocou rovníc (6) a (12), popisujúcich rovnomerný pohyb kvapky nadol aj nahor, určte najprv jej polomer (aj s odchýlkou) a nakoniec jej náboj (s odchýlkou). Potrebné vzťahy pre odchýlky si odvoďte.