

Bádanie 1 – Pozorujeme v sústave laboratória

V sústave laboratória dorazia k žiarovke signály v poradí: *rozpojené v B*, *rozpojené v A*, *spojené v B*, *spojené v A*. Žiarovka preto blikne.

Bádanie 2 – Meriame polohy a časy v sústave laboratória

Pozorovania v sústave laboratória pre rýchlosť $v = 0,866$		
Udalosť	t / m	x / m
(1) Rameno B stráca kontakt s hornou koľajnicou	0	0
(2) Rameno A stráca kontakt s hornou koľajnicou	1,14	0
(3) Rameno B obnovuje kontakt s hornou koľajnicou	2,32	2
(4) Rameno A obnovuje kontakt s hornou koľajnicou	3,46	2

Pozorovania v sústave laboratória pre rýchlosť $v = 0,866$		
Udalosť	t / m	x / m
(a) Signál "rozpojené v B" dorazil k žiarovke	7,32	-7,32
(b) Signál "rozpojené v A" dorazil k žiarovke	8,46	-7,32
(c) Signál "spojené v B" dorazil k žiarovke	11,62	-7,32
(d) Signál "spojené v A" dorazil k žiarovke	12,78	-7,32

Udalosti nastávajú v poradí, v akom sú uvedené v tabuľke. Na základe toho možno usúdiť, že žiarovka blikne. Čas T_{vyp} má hodnotu $11,62 \text{ m} - 8,46 \text{ m} = 3,16 \text{ m}$.

Bádanie 3 – Pozorujeme v sústave rakety

V sústave rakety dorazia k žiarovke signály v poradí: *rozpojené v B*, *rozpojené v A*, *spojené v B*, *spojené v A*. Žiarovka preto aj tu blikne.

Bádanie 4 – Meriame polohy a časy v sústave rakety

Pozorovania v sústave rakety pre rýchlosť $v = 0,866$		
Udalosť	t / m	x / m
(1) Rameno B stráca kontakt s hornou koľajnicou	0	0
(2) Rameno A stráca kontakt s hornou koľajnicou	2,32	-2
(3) Rameno B obnovuje kontakt s hornou koľajnicou	1,16	0
(4) Rameno A obnovuje kontakt s hornou koľajnicou	3,46	-2

Pozorovania v sústave rakety pre rýchlosť $v = 0,866$		
Udalosť	t / m	x / m
(a) Signál "rozpojené v B" dorazil k žiarovke	27,24	-27,24
(b) Signál "rozpojené v A" dorazil k žiarovke	29,56	-29,25
(c) Signál "spojené v B" dorazil k žiarovke	35,86	-34,71
(d) Signál "spojené v A" dorazil k žiarovke	38,18	-36,72

Udalosti nastávajú v poradí, v akom sú uvedené v tabuľke. Na základe toho možno usúdiť, že žiarovka blikne. Čas T'_{vyp} má hodnotu $35,86 \text{ m} - 29,56 \text{ m} = 6,30 \text{ m}$. Čas T_{vyp} je *vlastný čas* medzi udalosťami (b) a (c), lebo v sústave laboratória nastávajú *na tom istom mieste*, konkrétne na žiarovke. Čas T'_{vyp} , meraný v sústave rakety, musí byť relativisticky predĺžený. Konkrétne by malo ísť o *dvojnásobné* predĺženie, dané vzorcom pre dilatáciu času

$$t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

do ktorého dosadíme za v hodnotu 0,866. A naozaj, v rámci nepresnosti merania, je 6,30 zhruba dvakrát väčšie ako 3,16.

Doplňujúca úloha 1:

Rovnice Lorentzovej transformácie majú tvar:

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$t' = \gamma(t - vx)$$

kde $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$

V nasledujúcej tabuľke sú uvedené z Lorentzovej transformácie *vypočítané* časy a polohy udalostí v sústave rakety a *namerané* časy a polohy.

udalosť	vypočítané		namerané	
	t / m	x / m	t / m	x / m
(1) Rameno B stráca kontakt s hornou koľajnicou	0	0	0	0
(2) Rameno A stráca kontakt s hornou koľajnicou	2,28	-1,97	2,32	-2
(3) Rameno B obnovuje kontakt s hornou koľajnicou	1,18	-0,02	1,16	0
(4) Rameno A obnovuje kontakt s hornou koľajnicou	3,46	-1,99	3,46	-2
(a) Signál "rozpojené v B" dorazil k žiarovke	27,32	-27,32	27,24	-27,24
(b) Signál "rozpojené v A" dorazil k žiarovke	29,6	-29,29	29,56	-29,25
(c) Signál "spojené v B" dorazil k žiarovke	35,92	-34,76	35,86	-34,71
(d) Signál "spojené v A" dorazil k žiarovke	38,23	-36,77	38,18	-36,72

Ako vidno, medzi údajmi získanými Lorentzovou transformáciou a nameranými údajmi je slušná zhoda.

Doplňujúca úloha 2:

Vid' priestoročasové diagramy v prílohe na konci dokumentu.

Bádanie 5 – Nastal čas predpovedať

Označme d pokojovú dĺžku vozíčka aj odbočky v hornej koľajnici a L vzdialenosť od ľavého konca výbežku ku stredu žiarovky.

udalosť	Pozorovania v sústave laboratória všeobecne		Pozorovania v sústave laboratória pre rýchlosť $v = 0,5$	
	t	x	t / m	x / m
(1) Rameno B stráca kontakt s hornou koľajnicou	0	0	0	0
(2) Rameno A stráca kontakt s hornou koľajnicou	$\frac{d}{\gamma v}$	0	3,46	0
(3) Rameno B obnovuje kontakt s hornou koľajnicou	$\frac{d}{v}$	d	4	2
(4) Rameno A obnovuje kontakt s hornou koľajnicou	$\frac{d}{v} + \frac{d}{\gamma v}$	d	7,46	2
(a) Signál "rozpojené v B" dorazil k žiarovke	L	$-L$	7,3	-7,3
(b) Signál "rozpojené v A" dorazil k žiarovke	$\frac{d}{\gamma v} + L$	$-L$	10,76	-7,3
(c) Signál "spojené v B" dorazil k žiarovke	$\frac{d}{v} + L + d$	$-L$	13,3	-7,3
(d) Signál "spojené v A" dorazil k žiarovke	$\frac{d}{v} + \frac{d}{\gamma v} + L + d$	$-L$	16,76	-7,3

Z tejto tabuľky dostávame pre čas T_{vyp} po úprave vzťah:

$$T_{\text{vyp}} = \frac{d}{v} \left(1 + v - \sqrt{1 - v^2} \right)$$

Podobnú tabuľku získame pre sústavu rakety. V tejto sústave záblesky dohávajú žiarovku.

udalosť	Pozorovania v sústave rakety všeobecne		Pozorovania v sústave rakety pre rýchlosť $v = 0,5$	
	t'	x'	t' / m	x' / m
(1) Rameno B stráca kontakt s hornou koľajnicou	0	0	0	0
(2) Rameno A stráca kontakt s hornou koľajnicou	$\frac{d}{v}$	$-d$	4	-2
(3) Rameno B obnovuje kontakt s hornou koľajnicou	$\frac{d}{\gamma v}$	0	3,46	0

	Pozorovania v sústave rakety všeobecne		Pozorovania v sústave rakety pre rýchlosť $v = 0,5$	
(4) Rameno A obnovuje kontakt s hornou koľajnicou	$\frac{d}{v} + \frac{d}{\gamma v}$	$-d$	7,46	-2
(a) Signál "rozpojené v B" dorazil k žiarovke	$\frac{L}{\gamma(1-v)}$	$\frac{-L}{\gamma(1-v)}$	12,64	-12,64
(b) Signál "rozpojené v A" dorazil k žiarovke	$\frac{L}{\gamma(1-v)} + \frac{d}{v}$	$-d - \frac{L}{\gamma(1-v)}$	16,64	-14,64
(c) Signál "spojené v B" dorazil k žiarovke	$\frac{L + \frac{d}{v}}{\gamma(1-v)}$	$-\frac{d+L}{\gamma(1-v)}$	19,57	-16,11
(d) Signál "spojené v A" dorazil k žiarovke	$\frac{L + \frac{d}{v}}{\gamma(1-v)} + \frac{d}{v}$	$-d - \frac{d+L}{\gamma(1-v)}$	23,57	-18,11

Z tabuľky vidíme, že v sústave rakety bude žiarovka zhasnutá po dobu

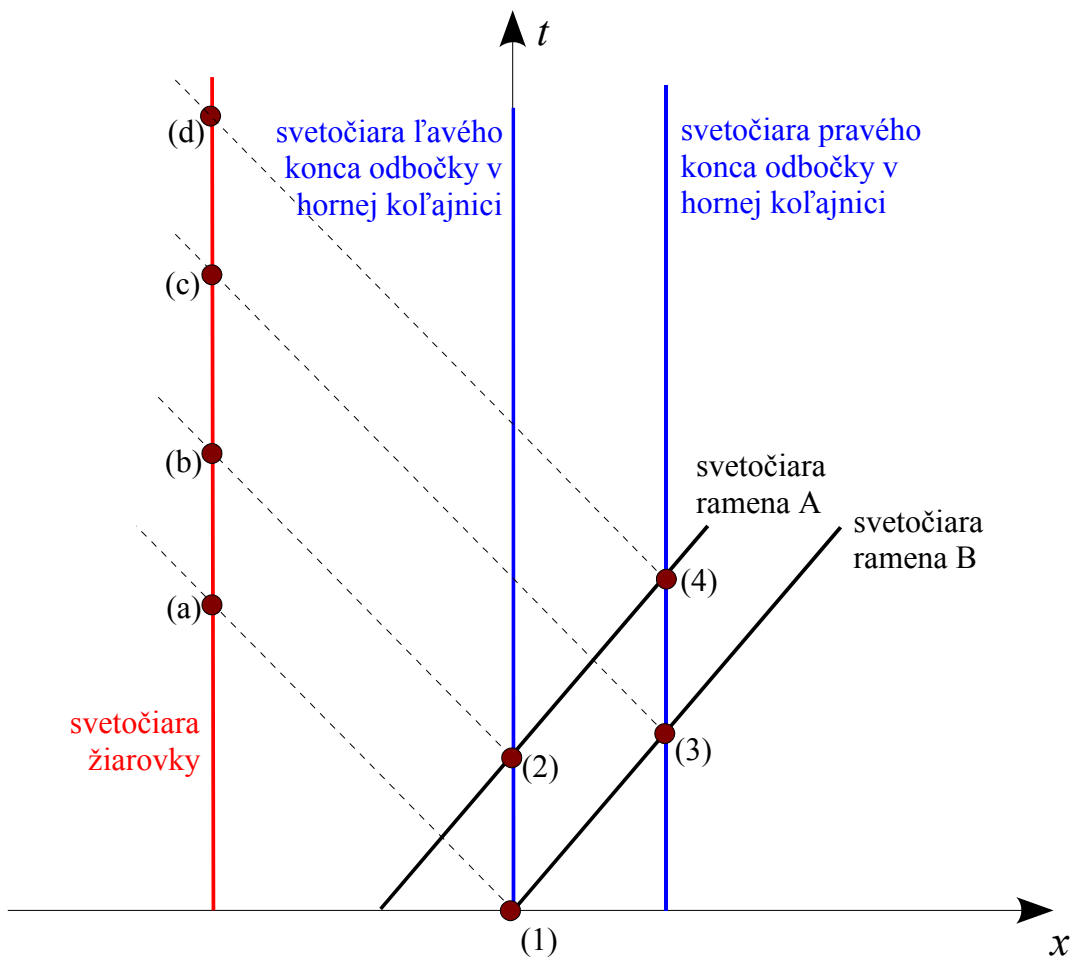
$$\begin{aligned}
 T'_{\text{vyp}} &= \frac{L + \frac{d}{v}}{\gamma(1-v)} - \left(\frac{L}{\gamma(1-v)} + \frac{d}{v} \right) = \frac{\frac{d}{v}}{\gamma(1-v)} - \frac{d}{v} = \frac{d}{v} \left(\frac{\sqrt{1-v^2}}{1-v} - 1 \right) = \frac{d}{v} \left(\frac{\sqrt{1-v^2} \sqrt{1-v^2}}{1-v} - \frac{\sqrt{1-v^2}}{\sqrt{1-v^2}} \right) = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \frac{d}{v} \left(\frac{1-v^2}{1-v} - \sqrt{1-v^2} \right) = \gamma \frac{d}{v} (1+v - \sqrt{1-v^2}) = \gamma T_{\text{vyp}}
 \end{aligned}$$

Vidíme teda, že vždy platí vzťah

$$T'_{\text{vyp}} = \gamma T_{\text{vyp}}$$

Tento vzťah sa dal očakávať. Je to vzťah pre dilatáciu času.

Priestoročasový diagram v sústave laboratória



Priestoročasový diagram v sústave rakety

